

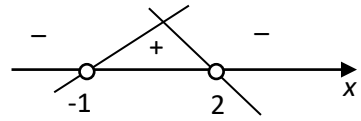









Vērtēšanas kritēriji (matemātikas OL eksāmens, 2023.gads)




1. daļa

Uzd.	Punkti	Vērtēšanas kritērijs	Sagaidāmais skolēna sniegums/atbildes	Komentāri, skaidrojumi, piemēri
1.	1	Reizina algebrisku daļu ar skaitli.	Apvelk atbildi B.	
2.	1	Nosaka algebrisku daļu starpību.	Apvelk atbildi B.	
3.1.	1	Aprēķina vai nosaka no grafika funkcijas vērtību dotai argumenta vērtībai.	1) $f(-1) = -2$ 2) $\frac{-2}{-1+3} - 1 = -1 - 1 = -2$	
3.2.	1	Nosaka funkcijas vērtību kopu.	Apvelk atbildi C.	Vērtējums netiek samazināts, ja nenosaka saucēja pieļaujamās vērtības (definīcijas kopa ir dota). Ja atbildē raksta aptuveno vērtību, tad max 1 punkts par 3.3. uzdevumu.
3.3.	2	Izveido vienādojumu (apliecina zināšanas par metodi) – 1 p. Atrisina vienādojumu – 1 p.	$\frac{-2}{x+3} - 1 = 5$ $\frac{-2}{x+3} = 6 \quad x+3 = -\frac{1}{3}$ $x = -3\frac{1}{3}$	
3.4.	1	Nosaka no grafika intervālu, kurā funkcijas vērtības ir pozitīvas.	1) $x \in (-5; -3)$ 2) $f(x) > 0$ visiem x intervālā $(-5; -3)$.	
	 Ir/nav	Pieraksta atbildi, 1) lietojot simbolu "pieder", norādot mainīgo; 2) vārdiski, viennozīmīgi atsedzot saturu.		Ja raksta tikai $(-5; -3)$, tad 1 punkts, bet par MV lietojumu vērtējums Nav.
4.	1	Sadala reizinātājos algebrisku izteiksmi.	$(x-2)(x^2+3)$	
5.	3	Dalījumu ar algebrisku daļu pieraksta kā daļu reizinājumu (apliecina zināšanas par to, ko nozīmē dalīt ar daļu) – 1 p. Sadala reizinātājos kubu starpību un saīsina daļu – 1 p. Sadala reizinātājos binomu, saīsina daļu un pieraksta atbildi – 1 p.	$\frac{x^3-27}{3x-9} \cdot \frac{x}{x^2+3x+9} =$ $= \frac{(x-3)(x^2+3x+9) \cdot x}{3(x-3) \cdot (x^2+3x+9)} = \frac{x}{3}$	Ja saīsināšanu veic, daļu reizinājumu nepārveidojot par daļu, tad vērtējums netiek samazināts.
	 Ir/Nav	Korekti lieto vienādības zīmi, reizināšanas un dalīšanas zīmes, iekavas.		
6.	3	<u>Intervālu metodes grafiskais paņēmieni</u> Nosaka zīmju maiņas punktus, attēlo tos uz ass – 1 p. Uzskicē funkciju grafikus un nosaka dalījuma zīmi intervālos – 1 p. Nosaka nevienādības atrisinājumu – 1 p.	$x+1=0 \quad x=-1$ $2-x=0 \quad x=2$  $x \in (-1; 2)$	

		<p align="center"><u>Pāreja uz nevienādību sistēmām</u></p> <p>Izveido un atrisina vienu no nevienādību sistēmām – 1 p. Izveido un atrisina otru nevienādību sistēmu – 1 p. Nosaka nevienādības atrisinājumu – 1 p.</p>	$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \end{cases} x \in (-1; 2)$ $\begin{cases} x+1 < 0 \\ 2-x < 0 \end{cases} \begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases} x \in \emptyset$ <p>Apvienojot abus gadījumus, iegūst $x \in (-1; 2)$</p>	Ja aplūko tikai vienu no gadījumiem, tad vērtējums ne vairāk kā 1 punkts.										
7.1.	1	Aprēķina funkcijas vērtības norādītajām argumenta vērtībām.	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2,5</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	-1	0	1	2	y	-2,5	-2	-1	1	Ja pareizi aprēķina un tālāk lieto funkcijas vērtības, bet neieraksta tabulā, vērtējumu nesamazina.
x	-1	0	1	2										
y	-2,5	-2	-1	1										
7.2.	1	Konstruē eksponentfunkcijas grafiku.	Funkcijas grafiks ir liekta līnija, tās definīcijas kopa nav ierobežota, nekrusto taisni $y = -3$.	Nav akcentētu galapunktu.										
	 Ir/Nav	Atliek uz asīm vienības. Novelk taisni $y = -3$ vai citādi skaidri parāda, ka funkcijas grafiks nekrusto šo taisni.												
7.3.	1	Nosaka funkcijas nulli.	Apvelk atbildi C.											
8.	1	Nosaka kuba saknei atbilstošu pakāpi ar daļveida kāpinātāju.	Apvelk atbildi A.											
9.	1	Nosaka ģeometriskās progresijas ceturto locekli.	Apvelk atbildi D.											
10.	4	<p align="center"><u>Substitūcijas paņēmieni</u></p> <p>Definē jaunu mainīgo, pieraksta vienādojumu ar to – 1 p. Atrisina vienādojumu ar jauno mainīgo – 1 p. Uzraksta eksponentvienādojumu ar sākotnējo mainīgo – 1 p. Atrisina eksponentvienādojumu pamatformā – 1 p.</p>	$3^{2x} = a \quad a + 9 \cdot \frac{a}{3} = 324$ $a + 3 \cdot a = 324$ $4a = 324$ $a = 81$ $3^{2x} = 81$ $3^{2x} = 3^4$ $2x = 4$ $x = 2$	Pieļaujams, ka kādu no pārveidojumiem veic galvā.										
		<p align="center"><u>Kopīgā reizinātāja iznešana pirms iekavām</u></p> <p>Lieto pakāpes īpašību – 1 punkts. Sadala vienādojuma kreiso pusi reizinātājos – 1 p. Iegūst eksponentvienādojumu pamatformā – 1 p. Atrisina eksponentvienādojumu pamatformā – 1 p.</p>	$3^{2x} + 9 \cdot 3^{2x} \cdot 3^{-1} = 324$ $3^{2x}(1 + 9 \cdot 3^{-1}) = 324$ $3^{2x}(1 + 3) = 324$ $3^{2x} \cdot 4 = 324$ $3^{2x} = 81$ $3^{2x} = 3^4$ $2x = 4$ $x = 2$											
11.1.	1	Nosaka darbību, kas apraksta dotos vektorus.	Apvelk atbildi A.											
11.2.	1	Nosaka koordinātu plaknē dota vektora koordinātas.	Apvelk atbildi B.											
11.3.	1	Nosaka vektora moduli.	Apvelk atbildi D.											

12.1.	2	<p><u>Taisnes vienādojums, ja doti divi tās punkti</u> Ievieto koordinātas taisnes vienādojumā caur diviem dotajiem punktiem (apliecina zināšanas par metodi) – 1 p. Pārveido vienādojumu prasītajā formā – 1 p.</p>	$\frac{x - (-3)}{5 - (-3)} = \frac{y - (-2)}{0 - (-2)}$ $2(x + 3) = 8(y + 2)$ $x + 3 = 4y + 8$ $4y = x - 5 \quad y = 0,25x - 1,25$	Pieļaujams, ka kādu no pārveidojumiem veic galvā.
		<p><u>Taisnes vienādojums, ja dots virziena koeficients un viens tās punkts</u> Nosaka virziena koeficientu – 1 p. Uzraksta vienādojumu un pārveido to prasītajā formā – 1 p.</p>	$k = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $y - 0 = \frac{1}{4}(x - 5) \quad y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$	Virziena koeficientu var noteikt galvā, izmantojot doto attēlu.
12.2.	1	Uzraksta taisnes vienādojumu, lietojot sakarību par paralēlu taisni virziena koeficientu.	$y = \frac{1}{4}x + 1$	
13.1.	1	Nosaka vienādojuma ar diviem nezināmajiem vienu no atrisinājumiem starp dotajiem skaitļu pāriem.	Apvelk atbildi C.	
13.2.	1	Nosaka vienādojuma ar diviem nezināmajiem vienu no atrisinājumiem.	Ja $x = 0$, tad $y = 4$. Viens no vienādojuma atrisinājumiem ir $(0; 4)$.	Pieļaujams, ka atrisinājumu (skaitļu pāri) nosaka galvā un pieraksta atbildi.
13.3.	1	Nosaka vienādojuma ar diviem nezināmajiem visu atrisinājumu kopu.	<p>1) Vienādojuma visi atrisinājumi ir skaitļu pāri $(p; \frac{3p+8}{2})$, kur $p \in \mathbb{R}$.</p> <p>2) Vienādojuma visu atrisinājumu kopu veido skaitļu pāri - taisnes $3x - 2y + 8 = 0$ visu punktu koordinātas.</p> <p>3) Vienādojuma visu atrisinājumu kopu veido visi tie skaitļu pāri, kurus ievietojot vienādojumā mainīgo vietā iegūst patiesu skaitlisku vienādību.</p>	p vietā var lietot citus burtus (t. sk. x), norādot to piederību reālo skaitļu kopai.
		 Ir/Nav Simboliskajā pierakstā parāda parametra piederību reālo skaitļu kopai. Vārdiskajā skaidrojumā korekti lieto jēdzienus.		
14.1.	1	Nosaka attālumu no taisnstūra paralēlskaldņa virsotnes līdz skaldnei, ja tas dots telpas koordinātās.	Atbilde: 5	
14.2.	1	Nosaka taisnstūra paralēlskaldņa virsotnes koordinātas.	Atbilde: $G(0; 5; 3)$	
14.3.	1	Nosaka taisnstūra paralēlskaldņa diagonāles viduspunkta koordinātas.	Atbilde: $M(2; 2,5; 1,5)$	1) Pieļaujams, ka viduspunkta koordinātas nosaka galvā un pieraksta atbildi.

				2) Ja atbildē pieraksta neīstas daļas, vērtējums netiek samazināts, piemēram, $M(\frac{4}{2}; \frac{5}{2}; \frac{3}{2})$.
15.	1	Nosaka cilindra aksiālšķēlumu.	Apvelk atbildi A.	
16.1.	1	Nosaka leņķi, ko slīpne veido ar plakni.	Apvelk atbildi B.	
16.2.	1	Nosaka šķērsas taisnes	Apvelk atbildi C.	
16.3.	2	Uzzīmē perpendikulu pret taisni – 1 p. Atsaucās uz triju perpendikulu teorēmu – 1 p.	Novelk nogriezni DC. DC un taisne AC veido 90° leņķi pēc triju perpendikulu teorēmas	Ja konstrukcija veikta aplam, pamatojumu nevar pozitīvi novērtēt.
	 Ir/Nav	Pamatojumā konkretizē lielumus dotās situācijas kontekstā.	$[BD] \perp \alpha, (AC) \in \alpha$; slīpne $[BC] \perp (AC) \Rightarrow$ slīpnes projekcija $[DC] \perp (AC)$	Ja nelieto figūras veidam atbilstošās iekavas, vērtējums netiek samazināts.
17.	4	Lieto Pitagora teorēmu dotajā situācijā – 1 p. Aprēķina konusa rādiusu – 1 p. Aprēķina vienu no konusa virsmām – 1 p. Aprēķina otras konusa virsmas un pilnas virsmas laukumu – 1 p.	$AS^2 = AO^2 + OS^2$ $AO = \sqrt{61^2 - 60^2} = \sqrt{121} = 11\text{cm}$ $R = 11\text{ cm}$ $S_{pam} = \pi R^2 = 121\pi\text{ cm}^2$ $S_{sānu} = \pi Rl = \pi \cdot 61 \cdot 11 = 671\pi\text{ cm}^2$ $S_{pilna} = 121\pi + 671\pi = 792\pi\text{ cm}^2$	Iespējami citi veidi, kā skolēns parāda Pitagora teorēmas lietojumu, piemēram, $AO = \sqrt{61^2 - 60^2} \dots$
	 Ir/Nav	legūst un uzraksta virsmu laukuma precīzās vērtības.		
	 Ir/Nav	Parāda, kas katrā solī tiek aprēķināts; soļu/darbību secība un saistība ir viennozīmīgi saprotama.		
18.	4	Aprēķina prizmas augstuma (pamata malas) garumu – 1 p.	$\sin 60^\circ = \frac{AC}{16\sqrt{3}}$ $AC = \frac{16\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 24\text{ cm}$ $AC = a$ $S_{pam} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{24^2 \sqrt{3}}{4} = 144\sqrt{3}\text{ cm}^2$ $\cos 60^\circ = \frac{AA_1}{16\sqrt{3}}$ $h = AA_1 = 8\sqrt{3}\text{ cm}$ $V = S_{pam} \cdot h = 3456\text{ cm}^3$	
		Aprēķina prizmas pamata malas (augstuma) garumu – 1 p.		
		Aprēķina prizmas pamata laukumu – 1 p.		
		Aprēķina prizmas tilpumu – 1 p.		
 Ir/Nav	Pareizi lieto laukuma un tilpuma mērvienības.			
 Ir/Nav	Parāda, kas katrā solī tiek aprēķināts; soļu/darbību secība un saistība ir viennozīmīgi saprotama.			

19.1.	1	Attēlo pagrieziena leņķi vienības riņķī.	lezmē pagrieziena leņķi, ievērojot virzienu, izmantojot iespējas precīzi atlikt pusi no taisna leņķa lieluma.	
19.2.	1	Nosaka pagrieziena leņķa sinusa un kosinusa zīmes.	Apvelk atbildi B.	
20.	1	Nosaka vienu no trigonometriskā vienādojuma saknēm.	Apvelk atbildi D.	
21.	3	Definē jaunu mainīgo un pieraksta doto vienādību ar to (apliecina zināšanas par metodi) – 1 p. Atrisina kvadrātvienādojumu – 1 p. Nosaka prasītā lieluma skaitlisko vērtību – 1 p.	$\cos x = t$ $2t^2 + t - 1 = 0$ $D = 9 \quad t_{1;2} = \frac{-1 \pm 3}{4}$ $\cos x = -1$ un $\cos x = \frac{1}{2}$	Pareizs risinājums, neieviešot jaunu mainīgo, vērtējams ar 3 punktiem. $D = 9 \quad (\cos x)_{1;2} = \frac{-1 \pm 3}{4}$ $\cos x = -1$ un $\cos x = \frac{1}{2}$
	 Ir/Nav	Korekti lieto vienādības zīmi, kvadrātsaknes simbolu, jauno mainīgo.		
22.1.	1	Nosaka sinusa funkcijas mazāko vērtību no grafika.	Atbilde: $f_{min} = -2$	
22.2.	1	Salīdzina sinusa funkcijas vērtības, izmantojot grafiku.	Atbilde: $f\left(\frac{\pi}{3}\right) > f\left(\frac{4\pi}{3}\right)$	
22.3.	1	Konstruē sinusa funkcijas grafiku, izmantojot zināšanas par grafiku pārveidojumiem.	Funkcijas nulles sakrīt ar dotās funkcijas nullēm, ievērots vērtību apgabals; grafiks konstruēts vismaz viena perioda ievaros.	
	 Ir/Nav	Funkcijas grafiks ir sinusoīda.		
23.1.	2	Nosaka skaitļa pierakstam izmantotos ciparus – 1 p. Pamato apgalvojumu (to, ka citu iespēju nav) – 1 p.	Skaiļa cipari ir 9, 9, 9 un 8. Lielāko iespējamo ciparu summu 36 četruciparu skaitlim iegūst, ja izmanto četrus ciparus 9. Ciparu summa 35 veidojas, tieši vienu no cipariem samazinot par 1.	
23.2.	1	Uzraksta visus nosacījumam atbilstošos skaitļus.	8999, 9899, 9989, 9998	
24.	3	Nosaka izteiksmi, kas apraksta, cik dažādos veidos var izvēlēties 3 darbiniekus ar augstāko izglītību – 1 p. Nosaka izteiksmi, kas apraksta, cik dažādos veidos var izvēlēties 4 darbiniekus starp kuriem 3 ir ar augstāko izglītību – 1 p. Aprēķina izteiksmes vērtību – 1 p.	$C_8^3 = 56$ tik veidos var izvēlēties tieši trīs darbiniekus ar augstāko izglītību. $17 - 8 = 9$ C_9^1 jeb 9 – tik veidos var izvēlēties vienu darbinieku bez augstākās izglītības. $C_8^3 \cdot 9 = 504$ tik veidos var izvēlēties 4 darbiniekus, ievērojot nosacījumus.	
	 Ir/Nav	Veido strukturētu risinājumu; skaidro, kas tiek aprēķināts.		

25.	1	Nosaka, kurš no notikumiem ir drošs.	Apvelk atbildi C.	
26.1.	1	Aprēķina notikuma varbūtību.	A – “pirmā izņemtā bumbiņa ir balta”. $P(A) = \frac{9}{16}$	Ja skolēns nelieto nosacītās varbūtības simbolisko apzīmējumu, vērtējums netiek samazināts.
26.2.	2	Nosaka bumbiņu skaitu (ievēro, ka pirmā izņemtā bumbiņa netiek atlikta atpakaļ) – 1 p. Aprēķina notikuma varbūtību – 1 p.	$16 - 1 = 15$ B – “otrā izņemtā bumbiņa ir balta”. $P(B A) = \frac{8}{15}$	
27.		Nosaka dotai kastu diagrammai atbilstošo datu kopu.	Apvelk atbildi A.	
28.		Nosaka, kurai no dotajām datu kopām ir mazākā standartnovirze.	Apvelk atbildi C.	

Pārejas algoritmi no apliecinājumu “I”/”Nav” skaita uz punktu skaitu par prasmju grupu “Lieto matemātikas valodu” un prasmju grupu “Organizē risinājumu”.

Lieto matemātikas valodu (0-3 punkti):

- ja 5-6 apliecinājumi “I”, tad 3 punkti;
- ja 3-4 apliecinājumi “I”, tad 2 punkti;
- ja 1-2 apliecinājumi “I”, tad 1 punkts;
- ja apliecinājumu “I” nav, tad 0 punktu.

Organizē risinājumu (0-3 punkti):

- ja 5-6 apliecinājumi “I”, tad 3 punkti;
- ja 3-4 apliecinājumi “I”, tad 2 punkti;
- ja 1-2 apliecinājumi “I”, tad 1 punkts;
- ja apliecinājumu “I” nav, tad 0 punktu.

2. daļa

29.1	2	Izveido skaitlisku izteiksmi, dotos lielumus ievietojot salikto procentu formulā – 1 p. Aprēķina izteiksmes vērtību – 1 p.	$A = 5000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 = 6298,56 \text{ EUR}$	
29.2.	3	Izveido vienādojumu ar procentu likmi kā nezināmo – 1 p. Pāriet no trešās kārtas vienādojuma uz lineāru vienādojumu – 1 p. Aprēķina procentu likmi ar norādīto precizitāti – 1 p.	$2 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$ $1 + \frac{p}{100} = \sqrt[3]{2}$ $p = 100(\sqrt[3]{2} - 1) \approx 26 \%$	Cits iespējamais risinājums $2x = x \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$
30.1.	1	Attēlo summas vektoru.	Summa vektors novietots horizontāli attiecībā pret lasītāju, tā garums ir vienāds ar 8 rūtiņu garumu.	Būtiski, ka attēlots tiek vektors, nevis nogrieznis

30.2.	3	Demonstrē metodes izvēli (nosaka paralelograma plato leņķi un uzraksta kosinusa teorēmu) – 1 p. Lieto kosinusa teorēmu, ievietojot lielumu skaitliskās vērtības – 1 p. Aprēķina spēka moduli, ievērojot prasības par precizitāti – 1 p.	$180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ $ \vec{F} ^2 = \vec{F}_1 ^2 + \vec{F}_2 ^2 - 2 \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \cos 125^\circ$ $ \vec{F} ^2 \approx 35^2 + 25^2 - 2 \cdot 35 \cdot 25 \cdot (-0,574)$ $ \vec{F} \approx 53,42 \text{ kN}$	
31.	3	Nosaka garākās šķautnes garumu prizmai, kuru veido n kubi – 1 p. Nosaka garumu prizmas sānu skaldnes diagonālei – 1 p. Nosaka garumu prizmas diagonālei – 1 p.	n – pamata garākā mala prizmai, kuru veido n kubi. $\sqrt{1^2 + n^2}$ - pamata diagonāle prizmai, kuru veido n kubi. $\sqrt{(\sqrt{1^2 + n^2})^2 + 1^2} = \sqrt{2 + n^2}$ - diagonāle prizmai, kuru veido n kubi.	Ja skolēns lieto formulu taisnstūra paralēlskaldņa diagonāles garuma aprēķināšanai, tad pēdējie 2 soļi tiek apvienoti vienā.
32.	3	Nosaka jaunās datu kopas vidējo aritmētisko – 1 p. Izveido divkāršo nevienādību (nevienādību sistēmu), ievērojot nosacījumu – 1 p. Atrisina divkāršo nevienādību (nevienādību sistēmu) – 1 p.	$\frac{9,2 \cdot 50 + a}{51}$ $9,6 \leq \frac{9,2 \cdot 50 + a}{51} \leq 10,2$ $489,6 \leq 460 + a \leq 520,2$ $29,6 \leq a \leq 60,2$	
33.	6	Kā izvēlētā nezināmā izteiksmes uzraksta abu sportistu ātrumu un laiku – 1 p. Nosaka ceļā pavadīto laiku starpību – 1 p. Izveido vienādojumu – 1 p. Nosaka kopsaucēju un papildreizinātājus (uzraksta no nulles atšķirīgu reizinātāju, ar ko tiks reizinātas vienādojuma abas puses) – 1 p. Veic algebriskus pārveidojumus un iegūst kvadrātvienādojumu – 1 p. Atrisina kvadrātvienādojumu un uzraksta atbildi – 1 p.	v ... pirmā sportista ātrums $v + 2$... otrā sportista ātrums $\frac{12}{v}$... pirmā sportista laiks $\frac{12}{v+2}$... otrā sportista laiks $45 \text{ min} + 15 \text{ min} = 1 \text{ h}$ $\frac{12}{v} - \frac{12}{v+2} = 1$ $\frac{12^{(v+2)}}{v} - \frac{12^{(v)}}{v+2} = 1^{(v(v+2))}$ $12(v+2) - 12v - v(v+2) = 0$ $v^2 + 2v - 24 = 0$ $v_1 = 4 \quad v_2 = -6$ (nedder, jo ātrums ir pozitīvs lielums) Atbilde: Pirmā sportista ātrums ir 4 km/h.	Ja skolēns kļūdaini nosaka laiku starpību, bet pārējos soļus veic pareizi, vērtējums iespējams 5 punkti.

34.	4	<p>Vienādības kreisās puses skaitītāju pārveido par $\cos^2 \alpha - 1$ p.</p> <p>Sāīsina daļu (vienādības kreiso pusi) – 1 p.</p> <p>Vienādības labo pusi pārveido par $\cos \beta$ (lieto divkāršā argumenta formulu) – 1 p.</p> <p>Pamato vienādību, atsaucoties uz redukcijas formulu – 1 p.</p>	$\frac{\cos^2 \alpha}{-\cos \alpha} \stackrel{?}{=} \cos^2 \frac{\beta}{2} - \sin^2 \frac{\beta}{2}$ $\stackrel{?}{=} \cos^2 \frac{\beta}{2} - \sin^2 \frac{\beta}{2}$ $\stackrel{?}{=} \cos \beta$ $-\cos \alpha = \cos(180^\circ - \alpha)$ <p>legūtā vienādība ir identitāte, jo ir spēkā redukcijas formula</p> $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	
-----	---	--	---	--