Formulas un teorēmas (pieļaujamām burtu vērtībām)

Algebra

Skaitļa modulis

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ja } a \geq 0 \\ -a, \text{ja } a < 0 \end{cases}$$

Saīsinātās reizināšanas formulas

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

Aritmētiskā progresija

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2}$$

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$$

Ģeometriskā progresija

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$b_k^2 = b_{k-1} \cdot b_{k+1}$$

Saliktie procenti

$$A = S \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

A – uzkrātā vērtība,
S – sākumkapitāls,
r – procentu likme laika periodā (%),
n – laika periodu skaits

Kvadrāttrinoms, kvadrātvienādojums

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Vjeta teorēma:

Ja $x^2 + px + q = 0$, tad

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

Pakāpju īpašības

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Sakņu īpašības

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n \cdot m]{a^{k \cdot m}} = \sqrt[n]{a^k}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Logaritmu īpašības

$$a^{\log_a b} = b$$

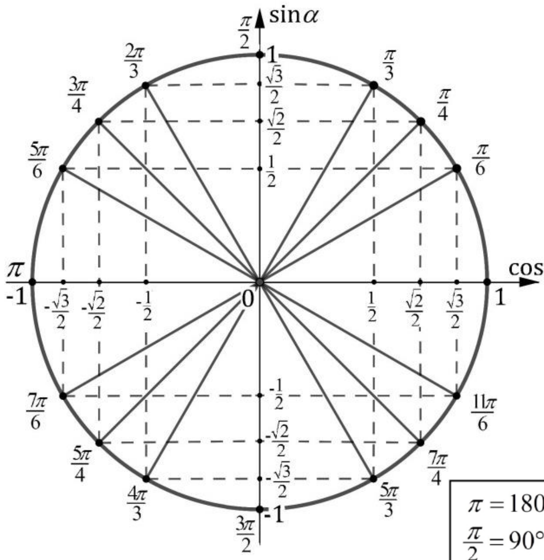
$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^k = k \cdot \log_a x$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Trigonometrija



$\pi = 180°$
$\frac{\pi}{2} = 90°$
$\frac{\pi}{3} = 60°$
$\frac{\pi}{4} = 45°$
$\frac{\pi}{6} = 30°$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

Kombinatorika, varbūtības, statistika

Kombinatorika

$P_n = n!$ $\quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ $\quad \overline{A}_n^k = n^k$

$$A_n^k = n(n-1)(n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ $\quad C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$$

Varbūtību teorija

Ja A un B – nesavienojami notikumi, tad

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ja A un B – neatkarīgi notikumi, tad

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ja A un B – atkarīgi notikumi, tad $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Statistika

Dispersija nesagrupētai izlasei (s – standartnovize)

$$s^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2}{n}$$

Dispersija populācijai, aprēķinot no izlases (σ–standartnovize)

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2}{n-1},$$

Analītiskā ģeometrija

Vektori plaknē

Ja $A(x_1;\ y_1)$ un $B(x_2;\ y_2)$, tad
$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1;\ y_2 - y_1)$

Ja $\vec{a} = (a_x;\ a_y)$, $\vec{b} = (b_x;\ b_y)$, tad
$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x;\ a_y \pm b_y)$
$k\vec{a} = (ka_x;\ ka_y)$

$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

Vektori telpā

Ja $A(x_1;\ y_1;\ z_1)$ un $B(x_2;\ y_2;\ z_2)$, tad
$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1)$

Ja $\vec{a} = (a_x;\ a_y;\ a_z)$ un $\vec{b} = (b_x;\ b_y;\ b_z)$, tad
$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x;\ a_y \pm b_y;\ a_z \pm b_z)$
$k\vec{a} = (ka_x;\ ka_y;\ ka_z)$

$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Attālums starp punktiem, nogriežņa viduspunkts

Ja $A(x_1; y_1)$ un $B(x_2; y_2)$, tad
$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$[AB]$ viduspunkts ir $C\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

Riņķa līnijas vienādojums

Ja centrs $O(x_0;\ y_0)$ un rādiuss R, tad
$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

Taisnes vienādojums

$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ $\quad y - y_1 = k(x - x_1)$ $\quad y = kx + b$

$P_1(x_1;\ y_1)$ un $P_2(x_2;\ y_2)$ – punkti, caur kuriem iet taisne.
Taisnes virziena koeficients $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Taisnes $y = k_1x + b_1$ un $y = k_2x + b_2$ ir:
paralēlas, ja $k_1 = k_2$
perpendikulāras, ja $k_1 \cdot k_2 = -1$

Ģeometrija plaknē

Riņķis un riņķa līnija

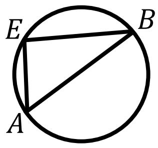
R – rādiuss,
α – centra leņķis,
C – riņķa līnijas garums,
l_α – loka garums,
S_α – sektora laukums

$C = 2\pi R \qquad S = \pi R^2$

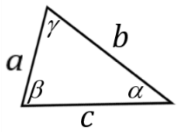
$l_\alpha = \frac{\pi R \alpha}{180°} \qquad S_\alpha = \frac{\pi R^2 \alpha}{360°}$

AB – diametrs, E – punkts uz riņķa līnijas

$\sphericalangle AEB = 90°$



Trijstūris



Sinusu teorēma
$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

Kosinusa teorēma
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$S_\Delta = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Trijstūrī **ievilktā riņķa centrs** ir trijstūra bisektrišu krustpunkts.

Trijstūrim **apvilktā riņķa centrs** ir malu vidusperpendikulu krustpunkts.

Regulārs trijstūris

a – mala, h – augstums, r – ievilktā riņķa rādiuss, R – apvilktā riņķa rādiuss

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad r = \frac{1}{3}h \qquad R = \frac{2}{3}h \qquad S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Paralelograms

a, b – malas, α – leņķis starp malām, h_a– augstums pret malu a,
d_1, d_2 – diagonāles

$2a^2 + 2b^2 = {d_1}^2 + {d_2}^2$
$S = ab\sin\alpha \qquad S = a \cdot h_a$

Rombs

d_1, d_2 – diagonāles

$S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$

Trapece

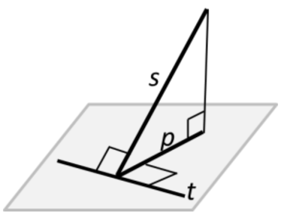
a, b – pamati, h – augstums

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Ģeometrija telpā

Triju perpendikulu teorēma

Taisne (t), kas atrodas plaknē, ir perpendikulāra slīpnei (s), kura vilkta pret šo plakni, tad un tikai tad, ja tā ir perpendikulāra šīs slīpnes projekcijai (p).



Prizma

S_{pam} – pamata laukums,
H – augstums

$V = S_{pam} \cdot H$

Piramīda

S_{pam} – pamata laukums,
H – augstums

$V = \frac{1}{3}S_{pam} \cdot H$

Regulāra piramīda

P – pamata perimetrs, h_s – apotēma, α – divplakņu kakta leņķis pie pamata, $S_{sānu}$- sānu virsmas laukums

$S_{sānu} = \frac{1}{2}P \cdot h_s \qquad S_{sānu} = \frac{S_{pam}}{\cos\alpha}$

Cilindrs

R – rādiuss, H – augstums

$S_{sānu} = 2\pi RH \qquad V = \pi R^2 H$

Lode

R – rādiuss

$S = 4\pi R^2 \qquad V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Konuss

R – rādiuss,
H – augstums,
l – veidule

$S_{sānu} = \pi Rl$

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

Piramīdas augstuma pamats

Ja piramīdas **visas sānu šķautnes ir vienādas**, tad augstuma pamats ir piramīdas pamatam apvilktā riņķa centrs.

Ja visi piramīdas **divplakņu kakta leņķi pie pamata ir vienādi**, tad augstuma pamats ir piramīdas pamatā ievilktā riņķa centrs.